

**CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ASTRA-HAIMOVICI”****Etapa locală, 25.02.2022****Filiera tehnologică****Clasa a IX-a**

**1.** La un stadion cu capacitatea de 10000 de locuri, vin spectatorii. În primul minut vine un spectator, în al doilea minut vin 3 spectatori, ..., în al  $n$ -lea minut sosesc  $2n-1$  spectatori.

**(2p) a)** Aflați câți spectatori au venit pe stadion după primele 5 minute.

**(3p) b)** Arătați că  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

**(2p) c)** Determinați cel mai mic număr natural  $n$ , cu proprietatea că, după  $n$  minute stadionul este plin.

**2.** O minge cade de la o înălțime de 8 m. După fiecare cădere, mingea se ridică la jumătate din înălțimea de la care a căzut.

**(2p) a)** Aflați ce distanță a parcurs mingea de la început și până a atins pământul a doua oară.

**(5p) b)** Demonstrați că, distanța parcursă de minge de la început și până atinge pământul a suta oară, este mai mică decât 24 m.

**3. (2p) a)** Arătați că  $\frac{1}{(5k+1)(5k+6)} = \frac{1}{5} \left( \frac{1}{5k+1} - \frac{1}{5k+6} \right), \forall k \in \mathbb{N}$ .

**(5p) b)** Arătați că, pentru orice număr natural  $n$ , este adevărată inegalitatea:

$$\frac{1}{1 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 11} + \dots + \frac{1}{(5n+1)(5n+6)} < \frac{1}{5}.$$

**4. (7p)** Pe laturile  $AB$  și  $AC$  ale triunghiului  $ABC$  se iau punctele  $D$  și  $E$  astfel încât  $\overrightarrow{AD} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$  și  $\overrightarrow{EC} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ . Se consideră punctele  $E' \in BE$  și  $D' \in CD$  astfel încât  $\overrightarrow{EE'} = 3\overrightarrow{BE}$  și  $\overrightarrow{DD'} = 3\overrightarrow{CD}$ . Demonstrați că punctele  $D'$ ,  $A$  și  $E'$  sunt coliniare.

**Notă:** Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru: 3 ore.