

CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ASTRA-HAIMOVICI”
Etapa locală, 25.02.2022
Filiera tehnologică
Clasa a-X-a

1. (7p) Funcția $f : [0; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2750 + 180 \cdot \log_3 \left(\frac{x}{1000} + 1 \right)$ modelează relația între suma x de euro cheltuită pentru reclama unui produs și numărul de unități de produs $f(x)$ pe care compania le poate vinde.

(3p) a) Care este numărul de produse pe care le poate vinde compania, dacă nu investește nici un euro în promovarea produsului?

(4p) b) Determinați numărul de unități de produs pe care le va vinde compania dacă suma cheltuită pe reclamă este de 80000 euro.

2. (7p) Calculați valoarea expresiei $\frac{a^{\frac{3}{2}} + b^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} : \frac{a - (a \cdot b)^{\frac{1}{2}} + b}{a - b} - 2(a \cdot b)^{\frac{1}{2}}$

pentru $a = 5 + 2\sqrt{3}$ și $b = 5 - 2\sqrt{3}$.

3. (7p) Dacă $z \in \mathbb{C}$, calculați $\operatorname{Re} \left(2i \bar{z} \right) + \left| (z - 3i)^2 \right| - \left| (z - 2i)^2 \right|$.

4. Se consideră expresia

$$E = (3+1) \cdot (3^2+1) \cdot (3^4+1) \cdot (3^8+1) \cdot (3^{16}+1) \cdot (3^{32}+1).$$

(4p) a) Aduceți expresia E la forma cea mai simplă;

(3p) b) Arătați că $\sqrt[3]{\frac{2E+1}{3}}$ este cubul unui număr natural.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru: 3 ore.